

Matematyka - zajęcia wyrównawcze

Zajęcia nr 5 i 6 – Wielomiany i funkcje wymierne.

Funkcja homograficzna

dr Agnieszka Peszek

6 listopada 2012

1 Cele i zakres zajęć

Efekty kształcenia : student stosuje logiczny zapis rozumowania, potrafi planować rozwiązanie, wskazać uproszczenia, sprawnie wykonuje podstawowe działania matematyczne, potrafi zapisać problem za pomocą motacji matematycznej

Zakres tematyczny : wielomiany jednej zmiennej, działania na wielomianach, twierdzenie Bezouta, równania i nierówności algebraiczne, funkcje wymierne jednej zmiennej, równania i nierówności wymierne, funkcja homograficzna, pierwiastek wielokrotny

Zad. 1 Wykonaj dzielenie wielomianów:

- (a) $(x^3 + 4x^2 + x - 6) : (x + 2)$
- (b) $(x^4 - 3x^3 + x^2 - 4x + 5) : (x - 1)$
- (c) $(2a^5 - 3a^3 - a^2 - 80a - 156) : (a - 3)$
- (d) $(6t^4 - 7t^3 - 13t^2 + 23t - 12) : (2t - 3)$
- (e) $(x^6 - 1) : (x - 1)$
- (f) $(6t^4 - 7t^3 - 13t^2 + 23t - 12) : (2t - 3)$

Zad. 2 Wykonaj działania:

- (a) $(8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3) : (2x + y)$
- (b) $[(m + n)^3 - (2m - n)^3] : (2n - m)$

Zad. 3 Rozwiąż:

- (a) $(1 - x)^3 \cdot x^2 \cdot (1 + x) \leq 0$
- (b) $(2x + 1)^2 \cdot (1 - x^2)^3 \cdot (x + 1) \geq 0$
- (c) $x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 8x < 0$

(d) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 4x + 3 > 0$

(e) $|x^4 - 67x^2 + 27| < 0$

(f) $\frac{1}{x^2+x-2} > \frac{1}{3x+1}$

(g) $\frac{\sqrt{100-20x+x^2}}{x} > \frac{\sqrt{6}}{4}$

(h) $\frac{3x^2+4x-4}{x^2+x-2} > 1$

(i) $\frac{5-x}{3-x} \leq \frac{3x-1}{2-x}$

Zad. 4 Rozwiąż nierówność

(a) $|\frac{2x-3}{x^2-1}| \geq 2$

(b) $\frac{x-2}{2x+1} < \frac{1}{x}$

(c) $\sqrt{2+x-x^2} > x-3$

Zad. 5 Dla jakiej wartości parametru m nierówność

(a) $2x^2 + x + m > 0$

(b) $x^2 + x + m > 5$

(c) $mx^2 + 12x - 5 < 0$

(d) $(m-4)x^2 - 2mx + 2m > 0$

jest spełniona dla każdego x ?**Zad. 6** Dla jakich wartości parametru a równanie

$$\sin(2x) = \frac{a^2 - 4a + 1}{a^2 - 1}$$

ma rozwiązanie?

Zad. 7 Rozwiąż układy nierówności

(a) $-1 < \frac{x^2+3x-1}{4x^2} \leq 1$

(b) $-2 < \frac{x+1}{x^2-2x+3} \leq 3$

(c) $x^2 + x + 7 \leq 2x^2 + 1 \leq 8x + 1$

Zad. 8 Dla jakich liczb a, b, c wielomian $x^3 + ax^2 + bx + c$ jest podzielny przez każdy z dwumianów $x-1, x+2, x-3$?**Zad. 9** Dla jakich liczb a, b wielomian $x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx + a$ jest podzielny przez $x^2 - 1$?

Zad. 10 Pewien wielomian daje przy dzieleniu przez $(x - 1)$ resztę 2, natomiast przy dzieleniu przez $(x - 2)$ resztę 3.

Znajdź resztę z dzielenia tego wielomianu przez $(x - 1)(x - 2)$.

Zad. 11 Nie wykonując dzielenia oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $Q(x)$

- a) $W(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ $Q(x) = x - 3$
- b) $W(x) = -x^4 + x^2 - 4$ $Q(x) = 1 - x$
- c) $W(x) = x^{10} + x^7 - 2x + 1$ $Q(x) = x + 1$
- d) $W(x) = x^8 - 1$ $Q(x) = x^2 - 1$
- e) $W(x) = 2x^5 + 3x^4 - x^3 + 3x - 1$ $Q(x) = (x + 2)(x - 1)$

Zad. 12 Liczba 3 jest dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu

$$W(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx - 18.$$

Znajdź pozostałe pierwiastki wielomianu.

Zad. 13 Wyznacz dziedzinę funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 1} + \sqrt{16 - x^4}.$$

Zad. 14 Rozwiązać układy równań algebraicznych

$$(a) \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 62 \\ x^2 - y^2 + x - y = 50 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2xy - 3y - 3 = 0 \\ y^2 - 4xy + 15 = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} xy(x + y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$$

Zad. 15 Naszkicuj wykresy funkcji

$$(a) f(x) = \frac{1}{x}$$

$$(b) f(x) = \frac{-2}{x}$$

$$(c) f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$(d) f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$(e) f(x) = \frac{1+x}{x+2}$$

$$(f) f(x) = \frac{x-3}{x+2}$$