

**Matematyka – zajęcia wyrównawcze**  
**Zajęcia nr 2 – Przekształcanie wyrażeń algebraicznych**  
**Dr Maciej Sporysz**

Zadanie 1. Uprość wyrażenia

a)  $\frac{1}{2}abc - (4ab + 2abc) + 10\left(-\frac{1}{10}bc + \frac{1}{2}ab\right)$

b)  $\frac{5a^3 + 4b^3}{a^3\sqrt{5} + b^4\sqrt{4}}$

c)  $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x^3}}$

d)  $\frac{x^{-2}y^{-1} + x^{-1}y^{-2}}{x^{-2} - y^{-2}} + x^3(x^2 - 2xy + y^2)$

Zadanie 2. Zapisz wyrażenia

- a) Kwadrat sumy liczb a i b;
- b) Kwadrat różnicy liczb a i b;
- c) Suma kwadratów liczb a i b;
- d) Różnica kwadratów liczb a i b;
- e) Różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych;
- f) Iloczyn 2-ch kolejnych liczb nieparzystych;
- g) Średnia arytmetyczna pięciu kolejnych liczb całkowitych, z których środkowa jest n;
- h) Różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb całkowitych niepodzielnych przez 3;

Zadanie 3. Oblicz

a)  $16^{\frac{1}{4}}$

b)  $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2$

c)  $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \frac{5}{\sqrt{5}}$

d)  $\frac{(3\frac{1}{12} + 4,375) : 19\frac{8}{9}}{2\frac{5}{8} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{14}}$

Zadanie 4. Oblicz

(a)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^4 - 4(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

(b)  $(\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2})^3 + 3(\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2})$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{121}+\sqrt{120}}$

Zadanie 5. Oblicz wartość wyrażenia:

$$(a-b)^2 + 2(a+b)(a-b) - 3(a+b)^2$$

dla

$$a = 4 \quad b = -1$$

Zadanie 6. Wykaż, że liczba  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$  jest liczbą całkowitą.

Zadanie 7. Sprawdź, czy liczba



$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} \text{ jest liczbą wymierną.}$$

Zadanie 8. Oblicz bez użycia kalkulatora:  $\sqrt{17^3 + 17 \cdot 16} - 2^{12}$ .

Zadanie 9. Usuń niewymierność z mianownika

(a)  $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

(b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}-1}$

(c)  $\frac{3}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5}}$

Zadanie 10. Udowodnij

(a)  $\sqrt[3]{54+30\sqrt{3}} + \sqrt[3]{54-30\sqrt{3}} = 6$

(b)  $\sqrt[3]{72+32\sqrt{5}} - \sqrt[3]{72-32\sqrt{5}} = 64\sqrt{5}$

Zadanie 11. Rozwiąż równania

(a)  $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 34$

(b)  $\sqrt{4x+2} + \sqrt{4x-2} = 4$

Zadanie 12. Rozwiąż nierówności

(a)  $\sqrt{x^2+1} \geq x+1$

(b)  $\sqrt{2+x-x^2} > x-4$

(c)  $\sqrt{x+2} \geq \sqrt{2x-8}$

(d)  $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$

(e)  $\sqrt{(x+4)(x-3)} < 6-x$ .

