



Jerzy Małopolski

Plan zajęć nr 2

Wyrażenia algebraiczne; przekształcanie wyrażeń wymiernych i niewymiernych, wzory skróconego mnożenia; równania i nierówności pierwiastkowe, potęgowanie, pierwiastkowanie

Zadania

Zadanie 1. Rozłożyć na czynniki wyrażenia:

a) $xy + yz + x + z$

b) $a^5 - a^3 + a^2 - 1$

c) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b)$

d) $(b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3$

Zadanie 2. Uprościć wyrażenia:

a)
$$\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}$$

b)
$$\frac{1}{(x + y)^2} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) + \frac{2}{(x + y)^2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$





c)
$$\frac{a^2 - 4a + 4}{a^6 - 2a^5} \left[\frac{(a+1)^2 - a^2}{4a - 8} - \frac{2}{a^2 - 2a} \right]$$

d)
$$\left[\left(1 - \frac{2}{1-3x} \right) \left(1 - \frac{9x-9x^2}{3x+1} \right) \right] : [2(1-x^2)]$$

Zadanie 3. Uprościć wyrażenie:

$$\left(\frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a}{\sqrt{a}+1} \right) \frac{\sqrt{3}-a\sqrt{3}}{a+1}, \quad a > 1$$

Zadanie 4. Obliczyć:

a) $16^{\frac{1}{2}}$

b) $2 \cdot 27^{\frac{2}{3}}$

c) $5^{-1} \cdot 25^{\frac{2}{3}}$

Zadanie 5. Obliczyć:

a) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^4 - 4(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

b) $\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right)^3 + 3\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right)$





Zadanie 6. Obliczyć wartość wyrażenia

$$\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4xy}$$

jeśli $x = 1,7$, $y = -0,7$.

Zadanie 7. Obliczyć wartość wyrażenia

$$\frac{1+a+a^2}{1+a-a^2} + \frac{b^2+b+1}{b^2-b+1}$$

jeśli $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{1}{3}$.

Zadanie 8. Usunąć niewymierność z mianownika ułamków

a) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

b) $\frac{1}{2+\sqrt{5}+2\sqrt{2}+\sqrt{10}}$

c) $\frac{1}{2+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$

d) $\frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{13}}}$





Zadanie 9. Wyznaczyć liczby wymierne a, b takie, aby

$$\sqrt{6-4\sqrt{2}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Zadanie 10. Udowodnić, że

a) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4$

Zadanie 11. Rozwiązać równania:

a) $\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 34$

b) $\sqrt{x+1} + x^2 - 2x - 1 = 0$

Zadanie 12. Rozwiązać nierówności:

a) $\sqrt{1+x^2} \geq x+1$

b) $\sqrt{2+x-x^2} > x-4$

c) $\sqrt{x+2} \geq 2x-8$

d) $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$

