



# Matematyka - zajęcia wyrównawcze

## Zajęcia nr 2 – Przekształcanie wyrażeń algebraicznych

dr Agnieszka Peszek

9 października 2012

### 1 Cele i zakres zajęć

Efekty kształcenia : student stosuje logiczny zapis przebiegu rozumowania, potrafi planować rozwiązanie; zauważa prawidłowości, uogólnia je i uzasadnia, posługuje się poprawną notacją matematyczną, sprawnie wykonuje działania matematyczne

Zakres tematyczny : wyrażenia algebraiczne; przekształcanie wyrażeń wyrażalnych i niewyrażalnych; równania i nierówności pierwiastkowe; potęgowanie, pierwiastkowanie, wzory skróconego mnożenia

### 2 Ćwiczenia

**Zad. 1** Uprość wyrażenia:

- (a)  $\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}$
- (b)  $(x^{-2} + y^{-1})^2$
- (c)  $(x^{-2} + y^{-3})(x^{-2} - y^{-3})$
- (d)  $\frac{x^{-2}y^{-1} + x^{-1}y^{-2}}{x^{-2} - y^{-2}} + x^3(x^2 - 2xy + y^2)$

**Zad. 2** Napisz wyrażenia:

- (a) kwadrat sumy liczb a, b
- (b) kwadrat różnicy liczb a, b
- (c) suma kwadratów liczb a, b
- (d) różnica kwadratów liczb a, b

**Zad. 3** Oblicz:

- (a)  $16^{\frac{1}{4}}$
- (b)  $2 \cdot 27^{\frac{2}{3}}$



(c)  $5^{-1} \cdot 25^{\frac{3}{2}}$

(d)  $\frac{(3\frac{1}{12} + 4,375) : 19\frac{8}{9}}{2\frac{5}{8} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{14}}$

**Zad. 4** Oblicz:

(a)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^4 - 4(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

(b)  $(\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2})^3 + 3(\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2})$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{121}+\sqrt{120}}$

**Zad. 5** Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4xy}$$

jeśli  $x = 1, 7$ ,  $y = -0, 7$ .**Zad. 6** Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{1+a+a^2}{1+a-a^2} + \frac{b^2+b+1}{b^2-b+1}$$

jeśli  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{1}{3}$ .**Zad. 7** Usuń niewymierność z mianownika ułamka:

(a)  $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

(b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}-1}$

(c)  $\frac{3}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5}}$

**Zad. 8** Udowodnij, że

(a)  $\sqrt[3]{54 + 30\sqrt{3}} + \sqrt[3]{54 - 30\sqrt{3}} = 6$

(b)  $\sqrt[3]{72 + 32\sqrt{5}} - \sqrt[3]{72 - 32\sqrt{5}} = 6\sqrt{5}$

**Zad. 9** Rozłóż na czynniki wyrażenia

(a)  $a^5 - a^3 + a^2 - 1$

(b)  $x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$

**Zad. 10** Rozwiąż równania

(a)  $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 34$

(b)  $\sqrt{4x+2} + \sqrt{4x-2} = 4$



**Zad. 11** Rozwiąż nierówności

- (a)  $\sqrt{x^2 + 1} \geq x + 1$
- (b)  $\sqrt{2 + x - x^2} > x - 4$
- (c)  $\sqrt{x + 2} \geq \sqrt{2x - 8}$
- (d)  $\frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq 2$
- (e)  $\sqrt{(x + 4)(x - 3)} < 6 - x$ .

**Zad. 12** Uprość wyrażeniai

- (a)  $ab \sqrt[n]{a^{1-n}b^{-n} - a^{-n}b^{1-n}} \cdot \sqrt[n]{(a - b)^{-1}}$
- (b) 
$$\frac{x \left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2y\sqrt{x}} \right)^{-1} + y \left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2x\sqrt{y}} \right)^{-1}}{\left( \frac{x + \sqrt{xy}}{2xy} \right)^{-1} + \left( \frac{y + \sqrt{xy}}{2xy} \right)^{-1}}$$

