



Jerzy Małopolski

Plan zajęć nr 3

Własności funkcji (monotoniczność, parzystość, różnowartościowość); funkcja odwrotna. Funkcja liniowa. Równania i nierówności pierwszego stopnia, układy równań i nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Zadania

Zadanie 1. Znaleźć dziedzinę funkcji:

a) $y = \frac{x^2 + 7}{3 - x^2}$

b) $y = \frac{3(x + 2)}{(x^2 + 1)(1 - x)}$

c) $y = \sqrt{x - 1}$

d) $y = \frac{1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}$

e) $y = \frac{1}{x^2 - 2}$

f) $y = \sqrt{x} - \log_x x^2$

Zadanie 2. Określić przedziały, w których funkcje są monotoniczne:

a) $y = |x - 4|$

b) $y = \frac{1}{x - 3} + 4$

c) $y = \sqrt{x - 9}$

d) $y = 2 \cos(x + \frac{\pi}{2})$

Zadanie 3. Sprawdzić, która z podanych funkcji jest funkcją parzystą, a która nieparzystą:

a) $y = \sin x + \operatorname{tg} x$

b) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$

c) $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$





Zadanie 4. Wyznaczyć funkcje odwrotne do danych:

a) $y = \frac{1}{x^2}$ b) $y = 5^x$ c) $y = \frac{4x-3}{x+1}$

Zadanie 5. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkty:

a) $A(1, 8)$ i $B(-4, -2)$ b) $A(-1, 5)$ i $B(2, 3)$ c) $A(-2, 4)$ i $B(3, 6)$
d) $A(-4, 2)$ i $B(8, 2)$

Zadanie 6. Napisać równanie prostej:

- a) przechodzącej przez punkt $A(2, -3)$ i prostopadłej do osi OY
b) przechodzącej przez punkt $A(1, 1)$ i nachylonej do osi OX pod kątem $\frac{3}{4}\pi$ (rad.)
c) przechodzącej przez punkt $A(1, 1)$ i równoległej do prostej $2x - y - 3 = 0$

Zadanie 7. Narysować wykresy funkcji

a) $y = |-x+3|-4$ b) $y = |x|+x-3$ c) $y = \begin{cases} x+4 & \text{dla } x < -1 \\ -2x+6 & \text{dla } -1 \leq x < 5 \\ x-6 & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$

Zadanie 8. Rozwiązać równania:

a) $y - \frac{20y - (10 - 3y)}{156} = \frac{26y - 51}{52} - \frac{2(1 - 3y)}{13}$

b) $6(t^2 + t + 1) = (t + 1)^3 - (t - 1)^3$

c) $|x - 1| = |x + 1|$

d) $|x + 2| + |x - 2| = x + 3$

e) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 2$





Zadanie 9. Rozwiązać nierówności:

a) $\frac{x}{2} - 0,2(x-3) \geq \frac{x-1}{3} + \frac{5}{6}$

b) $\frac{(x-2)(x+2)}{3} + x < \frac{(x-1)^2}{3} + 5$

c) $|2x-1| < 1$

d) $|3x-2| \geq 1$

e) $|x-2| - |x-1| \geq |x+1| - 5$

Zadanie 10. Rozwiązać układy równań:

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 6x - 4y = 16 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 3|y| = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + z = 4 \\ y + z = 6 \end{cases}$$





Zadanie 11. Rozwiązać układy nierówności:

a)
$$\begin{cases} x - 2 \geq 4 - 3x \\ 3x - 1 < 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x+1)^2 + 7 > (x-4)^2 \\ (1+x)^2 + 3x^2 \leq (2x-1)^2 + 7 \end{cases}$$

Zadanie 12. W prostokątnym układzie współrzędnych XOY na płaszczyźnie wyznaczyć punkty, których współrzędne spełniają układy nierówności:

a)
$$\begin{cases} 2x + 2y < 1 \\ 2x - 4y \leq -4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} |x - 2| < 1 \\ 1 + y > 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} |y - x| \leq 1 \\ |x + 3| \leq 3 \end{cases}$$

