



Plan zajęć nr 3

Na zajęciach tych będziemy powtarzali własności funkcji (monotoniczność, parzystość, różnowartościowość); będziemy tworzyć funkcje odwrotne oraz składać funkcje.

Potem zajmiemy się szczegółowo funkcją liniową. (Równoległość prostych, prostopadłość prostych, Równania i nierówności pierwszego stopnia z jedną i z dwiema niewiadomymi, układy równań i nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi).

Rozpoczniemy od powtórzenia pierwiastków i potęg niewymiernych – dziedziny!

W związku z zadaniem, którym skończyliśmy poprzednie zajęcia wrócimy do wzoru na n-tą potęgę sumy.

Zadania

Będziemy wyznaczać dziedziny różnych funkcji złożonych, określać przedziały monotoniczności funkcji, badać ich parzystość i nieparzystość, rozwiązywać równania i nierówności. Ponieważ mój edytor odmówił mi możliwości pisania równań, podaję Państwu zadania z innej grupy 😊 W poniedziałek wyślę Państwu informacje o materiale na czwartek. Życzę dobrego weekendu, bo słońce gwarantuje nam prognoza pogody

Zadanie 1. Znaleźć dziedzinę funkcji:

$$\text{a) } y = \frac{x^2 + 7}{3 - x^2}$$

$$\text{b) } y = \frac{3(x + 2)}{(x^2 + 1)(1 - x)}$$

$$\text{c) } y = \sqrt{x - 1}$$

$$\text{d) } y = \frac{1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}$$

$$\text{e) } y = \frac{1}{x^2 - 2}$$

$$\text{f) } y = \sqrt{x} - \log_x x^2$$

Zadanie 2. Określić przedziały, w których funkcje są monotoniczne:





a) $y = |x - 4|$ b) $y = \frac{1}{x-3} + 4$ c) $y = \sqrt{x-9}$ d) $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{2})$

Zadanie 3. Sprawdzić, która z podanych funkcji jest funkcją parzystą, a która nieparzystą:

a) $y = \sin x + \operatorname{tg} x$ b) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$ c) $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$

Zadanie 4. Wyznaczyć funkcje odwrotne do danych:

a) $y = \frac{1}{x^2}$ b) $y = 5^x$ c) $y = \frac{4x-3}{x+1}$

Zadanie 5. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkty:

a) $A(1, 8)$ i $B(-4, -2)$ b) $A(-1, 5)$ i $B(2, 3)$ c) $A(-2, 4)$ i $B(3, 6)$
d) $A(-4, 2)$ i $B(8, 2)$

Zadanie 6. Napisać równanie prostej:

- a) przechodzącej przez punkt $A(2, -3)$ i prostopadłej do osi OY
b) przechodzącej przez punkt $A(1, 1)$ i nachylonej do osi OX pod kątem $\frac{3}{4}\pi$ (rad.)
c) przechodzącej przez punkt $A(1, 1)$ i równoległej do prostej $2x - y - 3 = 0$

Zadanie 7. Narysować wykresy funkcji

a) $y = |-x + 3| - 4$ b) $y = |x| + x - 3$ c) $y = \begin{cases} x+4 & \text{dla } x < -1 \\ -2x+6 & \text{dla } -1 \leq x < 5 \\ x-6 & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$

Zadanie 8. Rozwiązać równania:





a) $y - \frac{20y - (10 - 3y)}{156} = \frac{26y - 51}{52} - \frac{2(1 - 3y)}{13}$

b) $6(t^2 + t + 1) = (t + 1)^3 - (t - 1)^3$

c) $|x - 1| = |x + 1|$

d) $|x + 2| + |x - 2| = x + 3$

e) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 2$

Zadanie 9. Rozwiązać nierówności:

a) $\frac{x}{2} - 0,2(x - 3) \geq \frac{x - 1}{3} + \frac{5}{6}$

b) $\frac{(x - 2)(x + 2)}{3} + x < \frac{(x - 1)^2}{3} + 5$

c) $|2x - 1| < 1$

d) $|3x - 2| \geq 1$

e) $|x - 2| - |x - 1| \geq |x + 1| - 5$

Zadanie 10. Rozwiązać układy równań:





a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 6x - 4y = 16 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 3|y| = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + z = 4 \\ y + z = 6 \end{cases}$$

Zadanie 11. Rozwiązać układy nierówności:

a)
$$\begin{cases} x - 2 \geq 4 - 3x \\ 3x - 1 < 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x+1)^2 + 7 > (x-4)^2 \\ (1+x)^2 + 3x^2 \leq (2x-1)^2 + 7 \end{cases}$$

Zadanie 12. W prostokątnym układzie współrzędnych XOY na płaszczyźnie wyznaczyć punkty, których współrzędne spełniają układy nierówności:

a)
$$\begin{cases} 2x + 2y < 1 \\ 2x - 4y \leq -4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} |x - 2| < 1 \\ 1 + y > 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} |y - x| \leq 1 \\ |x + 3| \leq 3 \end{cases}$$

