



Matematyka - zajęcia wyrównawcze

Zajęcia nr 3 – Funkcja liniowa i kwadratowa

dr Maciej Sporysz

18 października 2012

1 Cele i zakres zajęć

Efekty kształcenia : Student stosuje logiczny zapis przebiegu rozumowania, potrafi planować rozwiązanie; zauważa prawidłowości, uogólnia je i uzasadnia, posługuje się poprawną notacją matematyczną, sprawnie wykonuje działania matematyczne

Zakres tematyczny : Wyrażenia algebraiczne; przekształcanie wyrażeń wyrażonych i niewymiernych; równania i nierówności pierwiastkowe; potęgowanie, pierwiastkowanie, wzory skróconego mnożenia

2 Ćwiczenia

Zad. 1 Wyznacz dziedzinę funkcji:

(a) $f(x) = \frac{x^2+7x-3}{4-x^2}$

(b) $f(x) = \frac{5}{(x-1)(1-2x)}$

(c) $f(x) = \frac{3(x+2)}{(x^2+4)(1-x)}$

(d) $f(x) = \sqrt{1-x}$

(e) $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x-3}}$

(f) $f(x) = \frac{8x-1}{x\sqrt{x-4}}$

(g) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{1-x^2}$

(h) $f(x) = \frac{1}{x+1} + \sqrt{x-3} - \frac{\sqrt{x^2}}{x}$

Zad. 2 Narysuj wykres funkcji. Podaj dziedzinę, zbiór wartości; określ monotoniczność, miejsca zerowe:

(a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

(b) $f(x) = 1 - \sqrt{1-x}$



(c) $f(x) = \sqrt{2+x}$

(d) $f(x) = \operatorname{sgn}(x-1)$

(e) $f(x) = |x-2|$

(f) $f(x) = |||x|-1|-2|$

(g) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{dla } x \in \mathbb{R}_- \\ x & \text{dla } x = 0 \\ -1 & \text{dla } x \in \mathbb{N} \end{cases}$

(h) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \geq \frac{1}{3} \\ -3x+1 & x < \frac{1}{3} \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{dla } x < -1 \\ 2 & \text{dla } -1 \leq x < 1 \\ x+1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$

Zad. 3 Zbadaj, czy punkty $A = (0, 1)$, $B = (0, 0)$, $C = (-1, 2)$, $D = (-1, -2)$, $E = (2, -2)$ należą do wykresu funkcji $f(x) = 2|x-1|-2$.

Zad. 4 Wyznacz funkcję odwrotną do danej a następnie sporządź wykres funkcji danej i odwrotnej:

(a) $f(x) = 3x-2$

(b) $f(x) = \frac{x}{x-2}$

(c) $f(x) = x - \frac{1}{2}$

Zad. 5 Zbadaj parzystość i nieparzystość funkcji:

(a) $f(x) = 2x^2 - 1$

(b) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x$

(c) $f(x) = x^5$

(d) $f(x) = -|x|$

(e) $f(x) = x \cdot |x|$

(f) $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

(g) $f(x) = |x+1|$

Zad. 6 Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji:

(a) $f(x) = x^2 + 2x + 2$

(b) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

(c) $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

(d) $f(x) = |1 - x| + 1$

(e) $f(x) = |x^2 - 4|$

(f) $f(x) = -\frac{1}{x}$

(g) $f(x) = -\frac{x}{x-1}$

(h) $f(x) = -|x| + |x - 2|$

Zad. 7 Zaznacz na płaszczyźnie zbiór punktów spełniających warunek:

(a) $x = |y|$

(b) $|x| = |y|$

(c) $|x| + |y| \leq 4$

(d) $|x - y| > 1$

(e) $\max\{x, y\} < 2$

(f) $x^2 + 2x + y^2 - 4x < 4$

Zad. 8 Znajdź wzór funkcji liniowej, która

(a) przechodzi przez początek układu współrzędnych i przez punkt $A(2, 5)$

(b) przechodzi przez początek układu współrzędnych i przez punkt $A(-2, 3)$

(c) tworzy z osią $0X$ kąt $\alpha = \frac{\pi}{4}$ i przechodzi przez punkt $A(\sqrt{3}, 2)$

(d) tworzy z osią $0X$ kąt $\alpha = \frac{3}{4}\pi$ i przechodzi przez punkt $A(-1, -2)$

Zad. 9 Naskicuj wykres funkcji $y = 2x - 1$. Przekształć go przez symetrię względem

(a) osi x

(b) osi y

(c) prostej $y = 2$

(d) początku układu współrzędnych.

Napisz wzór funkcji, której wykresem jest otrzymana prosta.

Zad. 10 Rozłóż na czynniki wyrażenia

(a) $a^5 + a^3 - a^2 + 1$

(b) $x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$

Zad. 11 Rozwiąż równania

(a) $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 34$



(b) $\sqrt{4x+2} + \sqrt{4x-2} = 4$

Zad. 12 Rozwiąż nierówności

(a) $\sqrt{x^2+1} \geq x+1$

(b) $\sqrt{2+x-x^2} > x-4$

(c) $\sqrt{x+2} \geq \sqrt{2x-8}$

(d) $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$

(e) $\sqrt{(x+4)(x-3)} < 6-x$.

Zad. 13 Uprość wyrażenia

(a) $ab \sqrt[n]{a^{1-n}b^{-n} - a^{-n}b^{1-n}} \cdot \sqrt[n]{(a-b)^{-1}}$

(b)
$$\frac{x \left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2y\sqrt{x}} \right)^{-1} + y \left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2x\sqrt{y}} \right)^{-1}}{\left(\frac{x+\sqrt{xy}}{2xy} \right)^{-1} + \left(\frac{y+\sqrt{xy}}{2xy} \right)^{-1}}$$

