



Jerzy Małopolski

Plan zajęć nr 4

Funkcja kwadratowa – postać kanoniczna i iloczynowa trójmianu kwadratowego, wykres funkcji, równania i nierówności pierwszego stopnia, układy równań i nierówności stopnia co najwyżej drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, wzory Viete’a. Silnia, dwumian Newtona

Zadania

Zadanie 1. Rozwiązać równania:

a) $x^2 - 10x + 9 = 0$ b) $-x^2 + x - 6 = 0$ c) $4x^2 - 16x + 16 = 0$

Zadanie 2. Znaleźć postać kanoniczną funkcji kwadratowych:

a) $y = x^2 + 2x - 15$ b) $y = -x^2 - x + 6$ c) $y = 4x^2 - x - 5$

Zadanie 3. Przedstawić w postaci iloczynowej trójmiany kwadratowe:

a) $y = x^2 - x - 6$ b) $y = 2x^2 - 5x + 2$ c) $y = -2x^2 - 4x + 3$

Zadanie 4. Narysować wykresy funkcji:

a) $y = |x^2 + x - 2| + 1$ b) $y = x^2 - 2|x| - 3$ c) $y = (1 + |x|)(2 - |x|)$

Zadanie 5. Rozwiązać równania:

a) $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{x+3}{3-x} - \frac{4+x}{3+x}$ b) $\frac{18y+7}{y^3-1} = \frac{30}{y^2-1} - \frac{13}{y^2+y+1}$

c) $|x-1| + x^2 - 3x + 2 = 0$ d) $|x+1| - |x^2-1| = 0$



Zadanie 6. Rozwiązać nierówności:

a) $x^2 - 5x + 4 > 0$

b) $3x^2 + 8x \leq 0$

c) $x^2 + x + 1 \geq 0$

d) $x^2 - 4x + 4 > 0$

e) $\frac{-x^2 + x + 6}{x^2 + 2x + 6} \geq 0$

f) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \geq 1$

g) $(1+x)^2 < |1-x^2|$

h) $x^2 - |x| < 0$

Zadanie 7. Rozwiązać układy równań:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} |xy| = 24 \\ x + y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - |y+1| = 1 \\ x^2 + y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ |y| = |x| + 3 \end{cases}$

Zadanie 8. W prostokątnym układzie współrzędnych XOY na płaszczyźnie wyznaczyć punkty, których współrzędne spełniają układy nierówności:

a) $\begin{cases} xy > 2 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y - x^2 - 1 \geq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y > |x^2 - 2x| - \frac{1}{2} \\ y - 2 < |x - 1| \end{cases}$

Zadanie 9. Dla jakich wartości parametru m równanie

$$(m+1)x^2 - 4mx + m + 1 = 0$$

ma dwa różne pierwiastki dodatnie?

Zadanie 10. Dla jakiej wartości k suma pierwiastków równania

$$x^2 + (k-3)x + k - 5 = 0$$

jest najmniejsza?



Zadanie 11. Dwa samochody wyruszyły jednocześnie naprzeciw siebie z miast odległych o 210 km i jadą ze stałymi prędkościami. W chwili mijania jeden z nich ma jeszcze 2 godziny jazdy, zaś drugi $\frac{9}{8}$ godziny jazdy do miasta, z którego jedzie samochód mijany. Obliczyć prędkość każdego samochodu.

Zadanie 12. Przednie koło wozu wykonuje na drodze 14 km o 3000 obrotów więcej niż tylne. Jeżeli obwody obu kół powiększymy o pół metra, to na tej samej drodze przednie koło wykona o 2100 obrotów więcej niż tylne. Jakie są obwody obu kół?

Zadanie 13. Obliczyć:

a) $\frac{7!}{5! \cdot 3!}$

b) $\frac{12! \cdot 3!}{8! \cdot 9!}$

c) $\frac{(n+1)!}{n \cdot n!}$

d) $\binom{n+2}{n}$

e) $\binom{n+3}{n-3}$

f) $\frac{(n-1)! \cdot (n+1)!}{(n-2)! \cdot (n+3)!}$

Zadanie 14. Znaleźć wyrazy rozwinięcia dwumianu

a) $(x+y)^8$

b) $(x-y)^5$

c) $\left(\frac{1}{x} + 3x\right)^7$

d) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^5$

Zadanie 15. Znaleźć trzynasty wyraz rozwinięcia dwumianu

$$\left(9x - \frac{1}{3x}\right)^n$$

wiedząc, że $\binom{n}{2} = 105$.

