



## Elementy logiki i teorii mnogości Działania na zbiorach

Opracowała Agnieszka Peszek

### Efekty kształcenia

Student posługuje się poprawną notacją matematyczną; potrafi samodzielnie odtworzyć podstawowe twierdzenia i prawa; potrafi analizować problemy oraz znajdować ich rozwiązania w oparciu o poznane twierdzenia i metody; potrafi planować kolejność etapów rozwiązywania zadania oraz analizować wyniki rozwiązania; zauważa potrzebę samodzielnego uczenia się.

**Zadanie 1.** Oceń, które ze zdań jest zdaniem logicznym

- (1) Istnieje liczba całkowita, której trzecia potęga jest dwucyfrową liczbą ujemną.
- (2) Dzisiaj pada śnieg.
- (3) Proszę nie dotykać!
- (4) Suma kątów w trójkącie jest równa  $\pi$  lub trójkąt ma dwa kąty proste.
- (5) Na dębach rosną jabłka.

**Zadanie 2.** Podaj wartość logiczną zdań

- (1) Pewna liczba naturalna jest większa od 10.
- (2)  $\forall x \in R \quad x^2 + 2 = 0$
- (3)  $\exists x \in N \quad (-2x - 1) \geq 6$
- (4)  $\exists x \in N \quad 3^n = 8$
- (5)  $(\exists x \in R \quad \sqrt{x^2} = x) \implies (\forall x \in R \quad \sqrt[4]{x^4} = x)$



**Zadanie 3.** Utwórz zaprzeczenie zdań z zadania 2.

**Zadanie 4.** Podaj taką wartość zmiennej  $x$ , aby forma zdaniowa

$$x^2 - 2 \geq 0 \implies x < 0$$

była zdaniem

- a) prawdziwym
- b) fałszywym.

**Zadanie 5.** Sprawdź, czy podane wyrażenia są tautologiami:

$$(1) (p \Rightarrow q) \iff (\neg p) \vee q$$

$$(2) (p \vee q) \wedge (\neg p) \implies q$$

$$(3) \neg (p \Rightarrow q) \iff p \wedge (\neg q)$$

**Zadanie 6.** Niech

- $A$  – oznacza zbiór trójkątów równobocznych
- $B$  – oznacza zbiór trójkątów równoramiennych
- $C$  – oznacza zbiór trójkątów prostokątnych.

Wyznacz zbiory:

$$(1) A \cup B$$

$$(2) A \cap B$$

$$(3) A \setminus C$$

$$(4) A \cap C$$

$$(5) B \cap C$$

$$(6) B \cup C$$

$$(7) C \setminus A$$

$$(8) B \setminus A$$

$$(9) A \setminus B$$

$$(10) B \setminus C$$

**Zadanie 7.** Dane są zbiory

$$A = \{0, -1, \frac{1}{2}, 3, 5\}$$

$$B = \{-1, \frac{1}{2}, 2, 4, 8, 3\}$$

$$C = \{2, 3, 1, 0\}.$$

Znajdź

$$A \cup B; A \cap B \cap C; A \cup C; A \cap C.$$

**Zadanie 8.** Dane są zbiory

$$(1) A = (-\infty; 2) \cup (3; 5)$$

$$B = (0; 5) \cup (7; +\infty)$$

$$(2) A = (1; 3) \cup (4; +\infty)$$

$$B = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$$

Wyznacz zbiory

$$A \cap B; A \cup B; A \setminus B; B \setminus A; A'; B'; A' \setminus B; A \cap B'.$$

**Zadanie 9.** Dane są zbiory

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x| + |x - 1| > 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x \leq 0\}$$

Znajdź

$$A \cup B; A \cap B.$$

**Zadanie 10.** Sprawdź na oddzielnych rysunkach, czy dla zbiorów prawdziwe są równości

$$(1) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$(2) (A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$$

$$(3) (A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

$$(4) A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

$$(5) (A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$$

**Zadanie 11.** Dane są zbiory

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

$$C = \{5, 6\}.$$

Sprawdź, czy dla tych zbiorów prawdziwe są równości

$$(1) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(2) (B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$$

$$(3) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$(4) A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$$

**Zadanie 12.** Rozpisz z definicji

$$(1) x \in A \setminus (B \cup C) \iff \dots$$

$$(2) x \in (A \cup B) \cap C \iff \dots$$

$$(3) x \in A' \cap (B \setminus C) \iff \dots$$

$$(4) x \in (A \cap B)' \setminus A \iff \dots$$



## Funkcja liniowa i kwadratowa Wartość bezwzględna

**Zadanie 13.** Rozwiąż

(1)  $\frac{2x+1}{2} > 4x$

(2)  $\frac{-x+4}{5} \geq 2x$

(3)  $\frac{1-x}{3} \leq 5(x+2)$

(4)  $\frac{x-3}{-2} < 4x$

**Zadanie 14.** Rozwiąż

(1)  $x^2 + 4x + 3 > 0$

(2)  $x^2 + 2x + 1 < 0$

(3)  $4x^2 + 2x - 1 \leq 0$

(4)  $x^2 + 3x > 0$

(5)  $-3x^2 + 2x + 5 \geq 0$

(6)  $x^2 + 2x - 1 < 0$

**Zadanie 15.** Rozwiąż

(1)  $x^2 - 1 = 0$

(2)  $4x^2 + 1 = 0$

(3)  $9 - x^2 \neq 0$

(4)  $4x^2 + 4x + 1 \neq 0$





**Zadanie 16.** W prostokątnym układzie współrzędnym zaznacz punkty spełniające równania bądź nierówności

(1)  $|3x| + |x - 1| = 5$

(2)  $2|x + 2| + |-x + 3| \geq 0$

(3)  $|x| + |y| \leq 1$

(4)  $|x - y| + |x + y| > 4$

(5)  $|y + 1| + |2x + y| \leq 0$

